

שיטת כמותיות

פרק 22 - קווים ותחומים במישור, משטחים וגופים במרחב

תוכן העניינים

1	. קוים ותחומים במישור
5	. קוים ותחומים במישור בהצגה פרמטרית
11	. קוים ותחומים במישור בהצגה קווטבית (פולרית)
16	. משטחים במרחב
18	. משטחים במרחב בהצגה פרמטרית
21	. גופים במרחב
25	. קוואורדינטות גליליות וכדוריות
	. נספח – משטחים מעלה שנייה

קוויים ותחומיים במישור

שאלות

1) שרטטו במישור את התחומיים הבאים :

א. $S = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 4\}$

ב. $S = \{(x, y) \mid -1 \leq x^2 \leq 1, -1 \leq y \leq 4\}$

ג. $S = \{(x, y) \mid x \leq y \leq 4\}$

2) שרטטו במישור את התחומיים הבאים :

א. $S = \{(x, y) \mid x - 1 \leq y \leq 2x + 1\}$

ב. $S = \{(x, y) \mid |y - 2x| \leq 1\}$

ג. $S = \{(x, y) \mid |x| + y < 4\}$

ד. $S = \{(x, y) \mid (x + y)^2 \leq 4, x > 1\}$

3) מצאו את המרcco והרדיויס של המעגלים הבאים :

א. $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$

ב. $x^2 + y^2 - 8y = -15$

ג. $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$

4) בכל אחד מהסעיפים הבאים חlek מעגל. שרטטו אותו.

א. $y = \sqrt{1-x^2}$

ב. $y = -\sqrt{1-x^2}$

ג. $x = \sqrt{1-y^2}$

ד. $x = -\sqrt{1-y^2}$

ה. $0 \leq x \leq 1 \quad y = \sqrt{1-x^2}$

ו. $-\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{3}{5} \quad y = \sqrt{1-x^2}$

5) בכל אחד מהסעיפים הבאים חלк ממעגל. שרטטו אותו.

A. $y = 2 + \sqrt{1 - (x-3)^2}$

B. $y = 2 - \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$

C. $x \geq 3.5, \quad x = 4 - \sqrt{1 - y^2}$

6) שרטטו את התחומים הבאים במשורר:

A. $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$

B. $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 4\}$

C. $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 \geq 4\}$

D. $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 > 4\}$

E. $S = \{(x, y) | -\sqrt{4-x^2} \leq y \leq \sqrt{4-x^2}\}$

F. $S = \{(x, y) | -\sqrt{4-y^2} \leq x \leq \sqrt{4-y^2}\}$

G. $S = \{(x, y) | 0 \leq y \leq \sqrt{4-x^2}\}$

H. $S = \{(x, y) | -\sqrt{4-y^2} \leq x \leq 0\}$

7) שרטטו את התחומים הבאים במשורר:

A. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

B. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0\}$

C. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad x \geq 0\}$

D. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad y \geq 0\}$

8) שרטטו את התחומים הבאים במשורר:

A. $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 \leq 0\}$

B. $S = \{(x, y) | 0 \leq y + 1 \leq \sqrt{1 - x^2}\}$

9) שרטטו את התחומים הבאים במשור:

A. $S = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y \leq 2x\}$

B. $S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x\}$

C. $S = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{7}x + \frac{25}{7} \leq y \leq \sqrt{25 - x^2} \right\}$

D. $S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x^2\}$

E. $S = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$

F. $S = \left\{ (x, y) \mid |x - 1| \leq y \leq \sqrt{1 - (x - 1)^2} \right\}$

10) נתונה המשוואה $25x^2 + 4y^2 - 50x + 16y = 59$.

- A. הוכחו שהמשוואה מוגדרת אליפסה ושרטטו אותה.
- B. רשמו את הפונקציות שמתארות את החצאי העליון ואת החצאי התחתון של האליפסה.
- C. רשמו את הפונקציות שמתארות את החצאי הימני ואת החצאי השמאלי של האליפסה.
- D. מהי קבוצת כל הנקודות במשור, החסומה בתחום האליפסה או עליה?
- E. מהי קבוצת כל הנקודות במשור, החסומה בתחום האליפסה ומעל לציר המשני שלה?

11) שרטטו את התחומים הבאים במשור:

A. $S = \{(x, y) \mid 4x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 \geq 0\}$

B. $S = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq y \leq \frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2} \right\}$

C. $S = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{2}y + 1 \leq x \leq \frac{3}{2}\sqrt{4 - y^2} \right\}$

D. $S = \left\{ (x, y) \mid -\frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2} \leq y \leq -x^2 \right\}$

12) שרטטו את התחומים הבאים במישור :

א. $S = \{(x, y) | x^2 \leq y \leq 2 - x^2\}$

ב. $S = \{(x, y) | -2 \leq y \leq -x^2\}$

ג. $S = \{(x, y) | y^2 - 2 \leq x \leq -y^2\}$

ד. $S = \{(x, y) | y^2 \leq x \leq 1 - y\}$

13) שרטטו את התחומים הבאים במישור :

א. $\left\{ (x, y) \middle| \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}$

ב. $\left\{ (x, y) \middle| \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 16 \right\}$

ג. $\left\{ (x, y) \middle| \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} \geq 1, \quad y \geq \frac{1}{4}x^2 \right\}$

ד. $\left\{ (x, y) \middle| \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} \leq 1, \quad x^2 + y^2 \geq 4 \right\}$

תשובות סופיות

לפתרונות מלאים ושרטוטים היכנסו לאתר GooL.co.il

קוויים ותחומיים במישור בהצגה פרמטרית

שאלות

1) עברו מן ההצגה הפרמטרית הנתונה, להצגה קרטזית:

א. $t \geq 0$ $x = t^2 + 1, y = t^2$

ב. $0 \leq t \leq \pi$ $x = \sin t, y = \cos^2 t$

ג. $\pi \leq t \leq 2\pi$ $x = \cos t, y = 4 \sin t$

2) להלן תיאור פרמטרי של מסלולים במישור.
על ידי חילוץ של הפרמטר t , מצאו משווה מתאימה שmbטאת כל מסלול
באמצעות המשתנים x ו- y בלבד:

א. $x = t - 4, y = t^2$

ב. $x = -4 + \cos t, y = 1 + 2 \sin t$

ג. $x = 4 \cos^3 t, y = 4 \sin^3 t$

ד. $x = t(t+1)+1, y = t(0.5t+1)+1$

ה. $x = \frac{20t}{4+t^2}, y = \frac{20-5t^2}{4+t^2}$

ו. $x = ke^t + ke^{-t}, y = ke^t - ke^{-t}$ (קבוע).

3) נתון המעגל $x^2 + y^2 = 8$.

א. שרטטו את המעגל ומצאו את משוואתו הפרמטרית.

ב. מצאו הצגה פרמטרית של חלק המעגל מהנקודה A(2,2) לנקודה B(-2,-2).

ג. מצאו הצגה פרמטרית של התחום D, המוגבל מעל הישר AB ומתחת למעגל.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של התחום E, המוגבל בין המעגל הנתון למעגל $x^2 + y^2 = 16$.

4) נתונים שני מעגלים $x^2 + y^2 = 25$ ו- $(y-4)^2 + (x-8)^2 = 25$.

א. שרטטו את המעגלים, מצאו את משוואותיהם הפרמטריות ומצאו הצגה פרמטרית לתוחם הכלוא בכל אחד מהמעגלים.

ב. המעגלים נחתכים בשתי נקודות, A ו- B, ותהי הנקודה A בעלת ערך y הגדול יותר.

מצאו את הצגה הפרמטרית של חלק המעגל בין A לבין B. הפרידו לשני מקרים.

ג. מצאו הצגה אלגברית לתוחם החסום בין שני המעגלים.

5) נתונות משוואות של שתי אליפסות:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \\ \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases}$$

א. שרטטו את האליפסות ומצאו את הצגותן הפרמטריות.

ב. האליפסות נחתכות ב-4 נקודות, מצאו אותן.

ג. הקו המחבר את 4 הנקודות לעיל מורכב מ-4 מסילות. מצאו את הצגה הפרמטרית של כל אחת מהמסילות.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של התוחם, המוגבל בתוך שתי האליפסות.

6) נתונה היפרbole $4x^2 - y^2 = 4$.

א. ההיפרbole מורכבת משתי מסילות.

מצאו את הצגה האלגברית ואת הצגה הפרמטרית של כל אחת מהמסילות.

ב. הציינו באופן פרמטרי את התוחם המוגבל בין היפרbole לבין האסימפטוטות שלה.

7) נתונה המשוואה $3x^2 - y^2 = 3$.

א. איזה קו במישור מתארת המשוואה? שרטטו.

ב. הקו מסעיף אי' מורכב משתי מסילות.

מצאו את הצגה האלגברית ואת הצגה הפרמטרית של כל אחת מהמסילות.

ג. המסילה C היא חלק של הקו הנutan מהנקודה $(-3, -2)$ לנקודה $(0, -1)$.

כתבו את C בצורה פרמטרית.

ד. מצאו את המרחק הקצר ביותר בין ציר ה- y למסילה C.

8) חשבו את אורך העקום $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$. $0 \leq t \leq 2\pi$

9) חשבו את אורך העקום $\begin{cases} x = 4 \sin t \\ y = 10t \\ z = 4 \cos t \end{cases}$. $-\pi \leq t \leq 2\pi$

תשובות סופיות

$$y = 1 - x^2, -1 \leq x \leq 1 . \quad \text{ב.} \quad y = x - 1, x \geq 1 . \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$x^2 + \frac{y^2}{16} = 1, -1 \leq x \leq 1, y \leq 0 . \quad \text{ג.}$$

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} . \quad \text{ג.} \quad (x+4)^2 + \left(\frac{y-1}{2}\right)^2 = 1 . \quad \text{ב.} \quad y = (x+4)^2 . \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$x^2 - y^2 = 4k^2 . \quad \text{ו.} \quad x^2 + y^2 = 25 . \quad \text{ז.} \quad x^2 - 4xy + 4y^2 = 2y - 1 . \quad \text{ט.}$$

$$\begin{cases} x(t) = \sqrt{8} \cos t & \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{5\pi}{4} \\ y(t) = \sqrt{8} \sin t \end{cases} . \quad \text{ב.} \quad \begin{cases} x(t) = \sqrt{8} \cos t & 0 \leq t \leq 2\pi \\ y(t) = \sqrt{8} \sin t \end{cases} . \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x(u, v) = \sqrt{8}u \cos v & 0 \leq u \leq 1, \frac{\pi}{4} \leq v \leq \frac{5\pi}{4} \\ y(u, v) = \sqrt{8}u \sin v \end{cases} . \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} x(u, v) = u \cos v & \sqrt{8} \leq u \leq 4, 0 \leq v \leq 2\pi \\ y(u, v) = u \sin v \end{cases} . \quad \text{ט.}$$

א. המעלג 5 : מרכז (0,0) . רדיוס : $x^2 + y^2 = 25$. 5.

$$\begin{cases} x(t) = 5 \cos t & 0 \leq t \leq 2\pi \\ y(t) = 5 \sin t \end{cases} \quad \text{הצגה פרמטרית של המעלג :}$$

$$\cdot \begin{cases} x(u, v) = 5u \cos v & 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 2\pi \\ y(u, v) = 5u \sin v \end{cases} \quad \text{הצגה פרמטרית של העיגול :}$$

המעלג 25 : מרכז (8,4) . רדיוס : $(x-8)^2 + (y-4)^2 = 25$

$$\cdot \begin{cases} x(t) = 8 + 5 \cos t & 0 \leq t \leq 2\pi \\ y(t) = 4 + 5 \sin t \end{cases} \quad \text{הצגה פרמטרית של המעלג :}$$

$$\cdot \begin{cases} x(u, v) = 8 + 5u \cos v & 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 2\pi \\ y(u, v) = 4 + 5u \sin v \end{cases} \quad \text{הצגה פרמטרית של העיגול :}$$

$$\text{ב. מקרה 1 : } \begin{cases} x(t) = 5 \cos t \\ y(t) = 5 \sin t \end{cases}, 0 \leq t \leq \arctan\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\text{מקרה 2 : } \begin{cases} x = 8 + 5 \cos t \\ y = 4 + 5 \sin t \end{cases}, \pi \leq t \leq \arctan\left(\frac{4}{3}\right) + \pi$$

$$\{(x, y) | -\sqrt{25 - (y-4)^2} + 8 \leq x \leq \sqrt{25 - (y-4)^2} + 8\} . \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos t, y(t) = \sqrt{2} \sin t & 0 \leq t \leq 2\pi \\ x(t) = \sqrt{2} \cos t, y(t) = 2 \sin t & 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases} . \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$A\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right), B\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right), C\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right), D\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right) . \quad \text{ב.}$$

$$\cdot \begin{cases} x(t) = \sqrt{2} \cos t & \arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \leq t \leq \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ y(t) = 2 \sin t & \end{cases} : DA$$

$$\cdot \begin{cases} x(t) = \sqrt{2} \cos t & \arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi \leq t \leq \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi \\ y(t) = 2 \sin t & \end{cases} : BC$$

$$\cdot \begin{cases} x(t) = 2 \cos t & \arctan(\sqrt{2}) \leq t \leq \arctan(-\sqrt{2}) + \pi \\ y(t) = \sqrt{2} \sin t & \end{cases} : AB$$

$$\cdot \begin{cases} x(t) = 2 \cos t & \arctan(\sqrt{2}) + \pi \leq t \leq \arctan(-\sqrt{2}) + 2\pi \\ y(t) = \sqrt{2} \sin t & \end{cases} : CD$$

$$D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$$

$$D_1: \begin{cases} x(u, v) = \sqrt{2}\mathbf{u} \cos v \\ y(u, v) = 2\mathbf{u} \sin v \\ 0 \leq \mathbf{u} \leq 1, \arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \leq v \leq \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \end{cases}$$

$$D_3: \begin{cases} x(u, v) = \sqrt{2}\mathbf{u} \cos v \\ y(u, v) = 2\mathbf{u} \sin v \\ 0 \leq \mathbf{u} \leq 1, \arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi \leq v \leq \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi \end{cases}$$

$$D_2: \begin{cases} x(u, v) = 2\mathbf{u} \cos v \\ y(u, v) = \sqrt{2}\mathbf{u} \sin v \\ 0 \leq \mathbf{u} \leq 1, \arctan(\sqrt{2}) \leq v \leq \arctan(-\sqrt{2}) + \pi \end{cases}$$

$$D_4: \begin{cases} x(u, v) = 2\mathbf{u} \cos v \\ y(u, v) = \sqrt{2}\mathbf{u} \sin v \\ 0 \leq \mathbf{u} \leq 1, \arctan(\sqrt{2}) + \pi \leq v \leq \arctan(-\sqrt{2}) + 2\pi \end{cases} . \text{ט}$$

6) א. אלגברית: ימנית שמאלית $x = -\sqrt{1 + \frac{y^2}{4}}$, $x = \sqrt{1 + \frac{y^2}{4}}$

פרמטרית: ימנית, שמאלית $\begin{cases} x = \cosh t \\ y = 2 \sinh t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$$D = D_1 \cup D_2$$

$D_1 : \begin{cases} x(u, v) = u \cosh v \\ y(u, v) = 2u \sinh v \end{cases} \quad 0 \leq u \leq 1, v \in \mathbb{R}$

$D_2 : \begin{cases} x(u, v) = -u \cosh v \\ y(u, v) = 2u \sinh v \end{cases} \quad 0 \leq u \leq 1, v \in \mathbb{R}$

. $x = -\sqrt{1 + \frac{y^2}{3}}$, $x = \sqrt{1 + \frac{y^2}{3}}$ א. הiperבולת. ב. אלגברית: ימנית שמאלית

פרמטרית: ענף ימני $\begin{cases} x = \cosh t \\ y = \sqrt{3} \sinh t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

1. ט $C : \begin{cases} x = -\cosh t \\ y = \sqrt{3} \sinh t \end{cases} \quad \ln(2 - \sqrt{3}) \leq t \leq 0$

8 (8)

 $6\pi\sqrt{29}$ (9)

קוויים ותחומים במישור בהצגה קוטבית (פולרית)

שאלות

1) ענו על הטעיפים הבאים :

- א. המירו את הנקודה הקוטבית $\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$ לנקודה קרטזית.
- ב. המירו את הנקודה הקרטזית $(-1, -1)$ לנקודה קוטבית.

2) ענו על הטעיפים הבאים :

- א. המירו את הנקודה הקוטבית $\left(10, -\frac{\pi}{3}\right)$ לנקודה קרטזית.
- ב. המירו את הנקודה הקרטזית $(-4, 0)$ לנקודה קוטבית.
- ג. המירו את הנקודה הקרטזית $(2, 2)$ לנקודה קוטבית.

3) ענו על הטעיפים הבאים :

- א. המירו את המשוואה $x^2 - 4x - xy = 1$ לקואורדינטות קוטביות.
- ב. המירו את המשוואה $\theta = -4\cos\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.

4) ענו על הטעיפים הבאים :

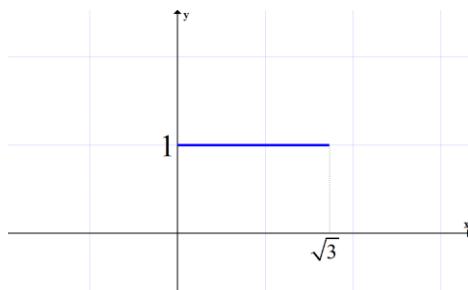
- א. המירו את המשוואה $y^2 + x^2 = 4y$ לקואורדינטות פולריות.
- ב. המירו את המשוואה $10 = x$ לקואורדינטות פולריות.
- ג. המירו את המשוואה $4 = y$ לקואורדינטות פולריות.

5) ענו על הטעיפים הבאים :

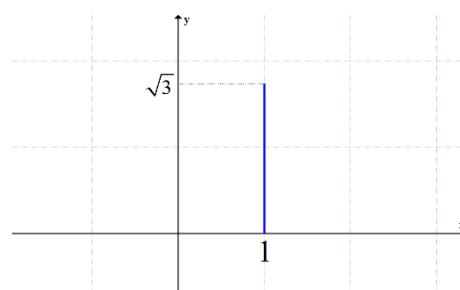
- א. המירו את המשוואה $r = 4$ לקואורדינטות קרטזיות.
- ב. המירו את המשוואה $\theta = 4/\pi$ לקואורדינטות קרטזיות.
- ג. המירו את המשוואה $r = 2\cos\theta + 4\sin\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.
- ד. המירו את המשוואה $6r^3 \sin\theta = 4 - \cos\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.

6) להלן שני איורים, שבסכół אחד מהם קוו. כתבו כל אחד מהקוויים בהצגה פולרית.

איור ב



איור א



7) בכל אחד מהסעיפים הבאים חlek ממעגל. כתבו אותו בהצגה פולרית.

א. $y = \sqrt{1-x^2}$

ב. $y = -\sqrt{1-x^2}$

ג. $x = \sqrt{1-y^2}$

ד. $x = -\sqrt{1-y^2}$

ה. $y = \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq 1$

ו. $y = \sqrt{1-x^2}, -\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{3}{5}$

8) בסעיפים א-ג הוכחו שכל אחד מהקוויים מתאר חלק ממעגל. שרטטו את הקו והציגו אותו בצורה פולרית (קוטבית).

א. $y = \sqrt{4-(x-2)^2}$

ב. $x = -\sqrt{6y-y^2}$

ג. $y = -1 + \sqrt{1-x^2}$

ד. סגרו את הקו מסעיף ג' על ידי ישר מותאים. מהי הצגתו הפולרית של ישר זה?

9) שרטטו את התחומים הבאים במישור והציגו אותם בהצגה פולרית:

א. $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$

ב. $S = \{(x, y) | 0 \leq y \leq \sqrt{4-x^2}\}$

ג. $S = \{(x, y) | -\sqrt{4-y^2} \leq x \leq 0\}$

10) שרטטו את התחומים הבאים במישור והציגו אותם בהצגה פולרית :

א. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

ב. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$

ג. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$

ד. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$

11) שרטטו את התחומים הבאים במישור והציגו אותם בהצגה פולרית :

א. $S = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y \leq 2x\}$

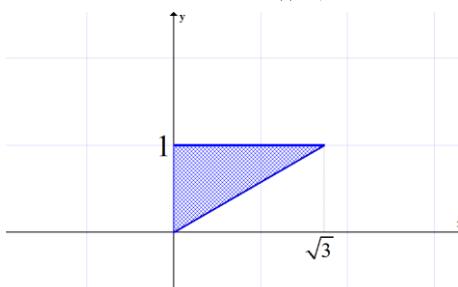
ב. $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x\}$

12) הציגו את התחום הבא בצורה פולרית :
 $. S = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{7}x + \frac{25}{7} \leq y \leq \sqrt{25 - x^2} \right\}$

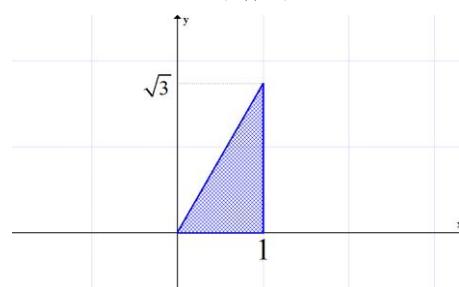
13) הציגו את התחום הבא בצורה פולרית :
 $. S = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{\sqrt{3}}x \leq y \leq \sqrt{8x - x^2} \right\}$

14) להלן שני איורים, ובכל איור תחום.
 כתבו כל אחד מתחוםים אלה בהצגה פולרית ותארו במלילים כל אחד מתחומיהם.

איור ב



איור א



תשובות סופיות

$$(r, \theta) = \left(\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4} \right) \text{ ב. } (x, y) = (2, 2\sqrt{3}) \text{ נ. } \text{ (1)}$$

$$(r, \theta) = \left(\sqrt{8}, \frac{3\pi}{4} \right) \text{ ג. } (r, \theta) = \left(4, \frac{3\pi}{2} \right) \text{ ב. } (x, y) = (5, -5\sqrt{3}) \text{ נ. } \text{ (2)}$$

$$(x+2)^2 + y^2 = 2^2 \text{ ב. } 4r \cos \theta - r^2 \cos^2 \theta = 1 + r \cos \theta \cdot r \sin \theta \text{ נ. } \text{ (3)}$$

$$r \sin \theta = 4 \text{ ג. } r \cos \theta = 10 \text{ ב. } r = 4 \sin \theta \text{ נ. } \text{ (4)}$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \text{ ג. } y = x \text{ ב. } x^2 + y^2 = 4^2 \text{ נ. } \text{ (5)}$$

$$6 \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right)^3 \cdot y = 4 \sqrt{x^2 + y^2} - x \text{ ט}$$

$$r = \frac{1}{\sin \theta} \quad \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ ב. } \quad r = \frac{1}{\cos \theta} \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \text{ נ. } \text{ (6)}$$

$$\begin{cases} r = 1 \\ -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ ג.} \quad \begin{cases} r = 1 \\ \pi \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \text{ ב.} \quad \begin{cases} r = 1 \\ 0 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \text{ נ. } \text{ (7)}$$

$$\begin{cases} r = 1 \\ \arctan \frac{4}{3} \leq \theta \leq \arctan \left(-\frac{4}{3} \right) + \pi \end{cases} \text{ ג.} \quad \begin{cases} r = 1 \\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ ה.} \quad \begin{cases} r = 1 \\ \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases} \text{ ט}$$

$$r = 6 \sin \theta, \quad 0.5\pi \leq \theta \leq \pi \text{ ב.} \quad r = 4 \cos \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 0.5\pi \text{ נ. } \text{ (8)}$$

$$r = -\frac{1}{\sin \theta}, \quad 1.25\pi \leq \theta \leq 1.75\pi \text{ ט.} \quad \begin{cases} r = -2 \sin \theta \\ \pi \leq \theta \leq 1.25\pi \text{ or } 1.75\pi \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \text{ ג.}$$

$$\begin{cases} 0 \leq r \leq 2 \\ 0.5\pi \leq \theta \leq 1.5\pi \end{cases} \text{ ג.} \quad \begin{cases} 0 \leq r \leq 2 \\ 0 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \text{ ב.} \quad \begin{cases} 0 \leq r \leq 2 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \text{ נ. } \text{ (9)}$$

$$\begin{cases} 1 \leq r \leq 2 \\ -0.5\pi \leq \theta \leq 0.5\pi \end{cases} \text{ ג.} \quad \text{or} \quad \begin{cases} 1 \leq r \leq 2 \\ 0 \leq \theta \leq 0.5\pi \end{cases} \text{ ב.} \quad \begin{cases} 1 \leq r \leq 2 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \text{ נ. (10)}$$

$$\begin{cases} 1 \leq r \leq 2 \\ 1.5\pi \leq \theta \leq 2.5\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \leq r \leq 2 \\ 0 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \text{ ט}$$

$$0 \leq r \leq 2, \quad 0.25\pi \leq \theta \leq 1.25\pi \text{ ב.} \quad \begin{cases} 1 \leq r \leq 2 \\ 0.25\pi \leq \theta \leq \arctan 2 \end{cases} \text{ נ. (11)}$$

$$\frac{25}{7 \sin \theta - \cos \theta} \leq r \leq 5 \quad \text{arctan} \frac{4}{3} \leq \theta \leq \arctan \left(-\frac{3}{4} \right) + \pi \text{ (12)}$$

$$0 \leq r \leq 8 \cos \theta, \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (13)$$

$$0 \leq r \leq \frac{1}{\sin \theta}, \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (14) \quad 0 \leq r \leq \frac{1}{\cos \theta}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$$

משטחים במרחב

שאלות

זהו וشرطו את המשטחים בשאלות 1-3 :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 1 \quad (1)$$

$$z = 5x^2 + 1.25y^2 \quad (2)$$

$$20x^2 + 45y^2 = 180 + 36z^2 \quad (3)$$

4) זהו וشرطו את המשטחים הבאים :

א. $z = 4x^2 + y^2 + 1$

ב. $z = 3 - x^2 - y^2$

5) זהו כל אחד מהמשטחים הבאים :

א. $25x^2 + 100y^2 + 4z^2 = 100$

ב. $25x^2 + 4y^2 - 50x - 16y - 100z + 41 = 0$

ג. $x^2 + 4y^2 - 4z^2 + 80z - 404 = 0$

6) מצאו את החיתוך בין המשטח $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ לבין המשטח $z = 12$.
הסבירו את התוצאה מבחינה גרפית.

7) נתון המשטח $0 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 16x - 4y + 40z + 206$.
א. זהו את המשטח.

ב. מצאו את נקודות החיתוך של המשטח עם הישר $\frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+14}{2}$.

8) מצאו את החיתוך בין המשטחים $x^2 + y^2 + z^2 = 64$ ו- $x^2 + y^2 + (z-10)^2 = 24$.
הסבירו את התוצאה מבחינה גרפית.

9) נתון המשטח $36z^2 + 4x^2 - 9y^2 = 36$.
א. זהו את המשטח וشرطו אותו.

ב. רשמו הצגה פרמטרית של שני ישרים שאיןם נמצאים באותו מישור,
ושנמצאים כולם על המשטח.

- 10) נתונים שני משטחים: $R: x^2 - y^2 + 2z^2 = 3$, $Q: 2x^2 - y^2 + z^2 = 3$.
- זהו את המשטחים וشرطו אותם.
 - הראו כי החיתוך בין R ו- Q הוא שתי מסילות, כל אחת נמצאת במישור, וכתבו את משוואת המישורים הללו.
 - המסילה C היא חלק של החיתוך בין R ל- Q . נתון כי $A(-2, -3, 2)$ היא נקודת התחלה של C ו- $B(-1, 0, 1)$ היא נקודת סיום של C . כתבו את C בצורה פרמטרית.
 - מצאו את המרחק הקצר ביותר בין ציר ה- y למסילה C .
- בסוף קובץ זה תמצאו סיכום של כל המשטחים הנפוצים.

תשובות סופיות

- אליפסואיד.
 - פרבולואיד אליפטי הנפתח כלפי מעלה.
 - היפרבולואיד חד-יריעתי.
 - פרבולואיד אליפטי שמרכזו בנקודה $(0, 0, 1)$ ונפתח כלפי מעלה.
 - פרבולואיד אליפטי שמרכזו בנקודה $(0, 0, 3)$ ונפתח כלפי מטה.
 - אליפסואיד.
 - פרבולואיד אליפטי שמרכזו בנקודה $(1, 2, 0)$ ונפתח כלפי מעלה.
 - היפרבולואיד חד-יריעתי שמרכזו בנקודה $(0, 0, 10)$.
 - הчитוך הוא מעגל $x^2 + y^2 = 25$, שמרכזו בנקודה $(0, 0, 12)$.
 - ספרה שמרכזה $(4, 1, -10)$ ורדיוסה $\sqrt{14}$.
 - נקודות החיתוך הן $A(7, 0, -12)$, $B\left(\frac{59}{9}, -\frac{2}{9}, -\frac{112}{9}\right)$.
 - הчитוך הוא המעגל $x^2 + y^2 = 15$, שמרכזו בנקודה $(0, 0, 7)$.
 - היפרבולואיד חד-יריעתי שמרכזו על ציר ה- y .
 - $\ell_1: (x, y, z) = (3t, 2t, 1)$ $\ell_2: (x, y, z) = (3, 2t, t)$
 - שני המשטחים הם היפרבולואיד חד-יריעתי.
- ד. $\sqrt{2} \cdot C: x = -\cosh t, y = \sqrt{3} \sinh t, z = \cosh t \quad \ln(2 - \sqrt{3}) \leq t \leq 0$.

גופים במרחב **שאלות**

1) שרטטו את התחומים הבאים במרחב ותארו במילים את הגוף שהתקבל.

א. $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$

ב. $V = \{(x, y, z) | -\sqrt{4-x^2-y^2} \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2}\}$

ג. $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$

ד. $V = \{(x, y, z) | 0 \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2}\}$

ה. $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \leq 0\}$

ו. $V = \{(x, y, z) | -\sqrt{4-x^2-y^2} \leq z \leq 0\}$

ז. $V = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 3\}$

2) שרטטו את התחומים הבאים במרחב ותארו במילים את הגוף שהתקבל.

א. $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$

ב. $V = \{(x, y, z) | 0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}, x \geq 0, y \geq 0\}$

ג. $D = \{(x, y, z) | 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$

ד. $D = \{(x, y, z) | 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, z \geq 0, 0 \leq y \leq x\}$

ה. $V = \{(x, y, z) | 1 \leq z \leq 1 + \sqrt{1-x^2-y^2}\}$

ו. $V = \left\{ (x, y, z) | \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - x^2 - y^2} \right\}$

3) שרטטו את התחומים הבאים במרחב ותארו במילים את הגוף שהתקבל.

א. $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq \sqrt{3(x^2 + y^2)}\}$

ב. $V = \{(x, y, z) | \sqrt{3(x^2 + y^2)} \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2}\}$

ג. $V = \{(x, y, z) | 0 \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2}, x^2 + y^2 \leq 1\}$

ד. $V = \{(x, y, z) | 0 \leq y \leq 3, x \geq 0, z \geq 0, x^2 + z^2 \leq 4\}$

ו. $V = \left\{ (x, y, z) | x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 36, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1 \right\}$

4) שרטטו את התחומים הבאים במרחב ותארו במיללים את הגוף שהתקבל.

א. $V = \{(x, y, z) | \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$

ב. $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}\}$

ג. $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$

ד. $V = \{(x, y, z) | 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$

5) שרטטו את התחומים הבאים במרחב ותארו במיללים את הגוף שהתקבל.

א. $\{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 1\}$

ב. $\{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$

ג. $V = \{(x, y, z) | 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2, x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$

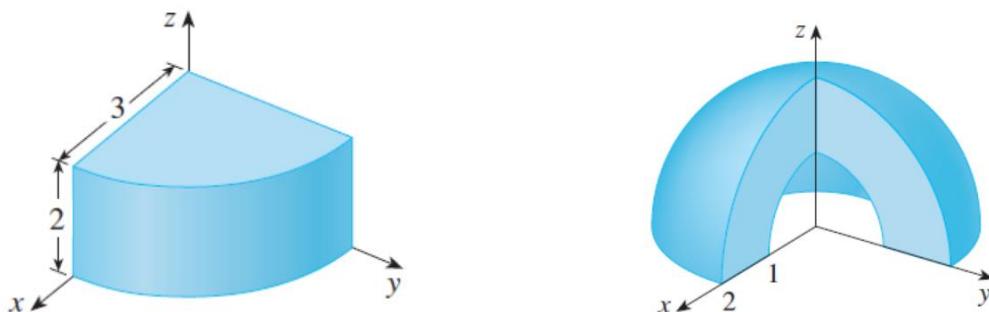
ד. $V = \{(x, y, z) | \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}, x^2 + y^2 \leq 1\}$

ה. $U = \{(x, y, z) | 0 \leq z \leq 10 - y, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

6) בכל אחד מהסעיפים הבאים אירור של גוף V במרחב.

תארו במיללים את הגוף וכתבו אותו לפי התבנית {} |

א. ב.



7) נתונים המשטחים $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ו- $z = x^2 + y^2$.

א. זהו כל אחד מהמשטחים שם.

ב. שרטטו את התחום החסום בין המשטחים.

ג. מצאו את משוואת עקום החיתוך בין המשטחים.

8) נתונים שני משטחים : $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ו- $z = x^2 + y^2 + z^2$.

א. זהו כל אחד מהמשטחים בשם.

ב. שרטטו את התחום החסום בין המשטחים וכותבו אותו בתבנית

$$V = \{(x, y, z) \mid ? \leq z \leq ??\}$$

ג. מצאו את משווה עקום החיתוך בין המשטחים.

9) תחומיים תלת-ממדיים M ו- N נתונים על ידי

$$M : x^2 - y^2 + 2z^2 \leq 3$$

$$N : 2x^2 - y^2 + z^2 \leq 3$$

תחום תלת-ממדי W הוא החיתוך בין M ל- N .

שרטו את D , החיתוך של W עם המישור $1 = y$ (במערכת צירים xyz),

וכתבו את D בהצגה פרמטרית.

[לפתרונות מלאים ראו את הסרטיונים באתר GooL.co.il](http://GooL.co.il)

קואורדינטות גליליות וכדוריות

שאלות

- 1)** בכל אחד מהסעיפים הבאים נתונה משווהה של משטח במערכת קרטזית.
מצאו את המשווהה של המשטח במערכת גלילית ובמערכת כדורית.
מהו שמו של המשטח? שרטטו את המשטח.

- א. $z = 3$
 ב. $z = 4x^2 + 4y^2$
 ג. $x^2 + y^2 = 4$

- 2)** בכל אחד מהסעיפים הבאים נתונה משווהה של משטח במערכת קרטזית.
מצאו את המשווהה של המשטח במערכת גלילית ובמערכת כדורית.
מהו שמו של המשטח? שרטטו את המשטח.

- א. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$
 ב. $2x + 3y + 4z = 1$
 ג. $x^2 = 16 - z^2$
 ד. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

- 3)** בכל אחד מהסעיפים הבאים נתונה משווהה של משטח במערכת גלילית.
הציגו את המשווהה במערכת קרטזית. מהו שם המשטח? ציירו את המשטח.

- א. $r = 3$
 ב. $z = r^2$
 ג. $z = r$
 ד. $\theta = \frac{\pi}{4}$
 ה. $r = 4 \sin \theta$
 ו. $r^2 \cos 2\theta = z$

4) בכל אחד מהסעיפים הבאים נתונה משווה של משטח במערכת צדוריית.
הציגו את המשווה במערכת קרטזית. מהו שם המשטח?

א. $r = 3$

ב. $\theta = \frac{\pi}{3}$

ג. $\phi = \frac{\pi}{4}$

ד. $r = 2 \sec \phi$

ה. $r = 4 \cos \phi$

5) בכל אחד מהסעיפים הבאים נתונה משווה של משטח במערכת צדוריית.
הציגו את המשווה במערכת קרטזית. מהו שם המשטח? שרטטו את המשטח.

א. $r \sin \phi = 1$

ב. $r \sin \phi = 2 \cos \theta$

ג. $r - 2 \sin \phi \cos \theta = 0$

6) בכל אחד מהסעיפים הבאים גוף במרחב.
תארו אותו במילים, שרטטו אותו, וכתבו אותו בקואורדינטות גליליות.

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - x^2 - y^2 \right\} \text{ א.}$$

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{6 - x^2 - y^2} \right\} \text{ ב.}$$

7) בכל אחד מהסעיפים הבאים גוף במרחב.
תארו אותו במילים, שרטטו אותו, וכתבו אותו בקואורדינטות גליליות.

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2 \right\} \text{ א.}$$

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 - 2x \leq 0 \right\} \text{ ב.}$$

8) בכל אחד מהסעיפים הבאים גוף במרחב.
תארו אותו במילים, שרטטו אותו, וכתבו אותו בקואורדינטות גליליות.

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 1 \right\} \text{ א.}$$

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1 \right\} \text{ ב.}$$

$$V = \left\{ (x, y, z) \mid \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}, x^2 + y^2 \leq 1 \right\} \text{ ג.}$$

$$U = \left\{ (x, y, z) \mid 0 \leq z \leq 10 - y, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \right\} \text{ ד.}$$

תשובות סופיות

1) א. מערכת גלילית: $z = r \cdot \frac{3}{\cos \phi}$. שם המשטח: מישור.

ב. מערכת גלילית: $z = r^2 \cdot \frac{\cos \phi}{4 \sin^2 \phi}$. מערכת כדורית: שם המשטח: פרבולואיד.

ג. מערכת גלילית: $r = 2 \cdot \frac{2}{\sin \phi}$. מערכת כדורית: שם המשטח: גליל.

2) א. מערכת גלילית: $9 = r^2 + z^2$. מערכת כדורית: $3 = r$. שם המשטח: ספירה.

ב. מערכת גלילית: $r(2 \cos \theta + 3 \sin \theta) + 4z = 1$.

מערכת כדורית: $r(2 \cos \theta \sin \phi + 3 \sin \theta \sin \phi + 4 \cos \phi) = 1$. שם המשטח: מישור.

ג. מערכת גלילית: $r^2(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) = 16$. מערכת כדורית: $r^2 \cos^2 \theta + z^2 = 16$. שם המשטח: גליל.

ד. מערכת גלילית: $r = z \cdot \frac{\pi}{4}$. מערכת כדורית: $\phi = \frac{\pi}{4}$. שם המשטח: חרוט.

3) א. מערכת קרטזית: $x^2 + y^2 = 9$. שם המשטח: גליל.

ב. מערכת קרטזית: $z = x^2 + y^2$. שם המשטח: פרבולואיד.

ג. מערכת קרטזית: $\sqrt{x^2 + y^2} = z$. שם המשטח: חרוט.

ד. מערכת קרטזית: $x = y$. שם המשטח: מישור.

ה. מערכת קרטזית: $x^2 + (y-2)^2 = 4$. שם המשטח: גליל.

ו. מערכת קרטזית: $z = x^2 - y^2$. שם המשטח: פרבולואיד היפרבולי.

4) א. מערכת קרטזית: $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. שם המשטח: ספירה.

ב. מערכת קרטזית: $y = \sqrt{3}x$. שם המשטח: מישור.

ג. מערכת קרטזית: $\sqrt{x^2 + y^2} = z$. שם המשטח: חרוט.

ד. מערכת קרטזית: $z = 2$. שם המשטח: מישור.

ה. מערכת קרטזית: $(z-2)^2 = 4(x^2 + y^2)$.

שם המשטח: ספירה שמרכזה בנקודה $(0, 0, 2)$ ורדיוסה 2.

5) א. מערכת קרטזית: $x^2 + y^2 = 1$. שם המשטח: גליל.

ב. מערכת קרטזית: $(x-1)^2 + y^2 = 1$. שם המשטח: גליל.

ג. מערכת קרטזית: $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$. שם המשטח: ספירה.

$$\text{א. } V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi, r \leq z \leq 2 - r^2 \right\}$$

$$\text{ב. } V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq \sqrt{2}, 0 \leq \theta \leq 2\pi, r^2 \leq z \leq \sqrt{6 - r^2} \right\}$$

$$V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq \sqrt{0.5}, 0 \leq \theta \leq 2\pi, r^2 \leq z \leq 1 - r^2 \right\} . \text{א} \quad (7)$$

$$V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq 2\cos\theta, -0.5\pi \leq \theta \leq 0.5\pi, 0 \leq z \leq 4 - r^2 \right\} . \text{ב}$$

$$V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -\sqrt{4 - r^2} \leq z \leq \sqrt{4 - r^2} \right\} . \text{א} \quad (8)$$

$$V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq z \leq \sqrt{4 - r^2} \right\} . \text{ב}$$

$$V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi, r \leq z \leq \sqrt{4 - r^2} \right\} . \text{ג}$$

$$V_{r\theta z} = \left\{ (r, \theta, z) \mid 1 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq z \leq 10 - r \sin\theta \right\} . \text{ד}$$

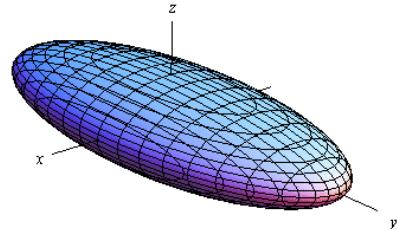
נספח – משטחים ממעלת שנייה

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

משוואה :

תיאור : החתכים במישורי הקואורדינטות הם אליפסות;
כך הם גם החתכים במישורים מקבילים. אם $a = b = c$. אם נקבל בדור עם רדיוס a והחתכים הניל הם מעגלים.

אליפסואיד

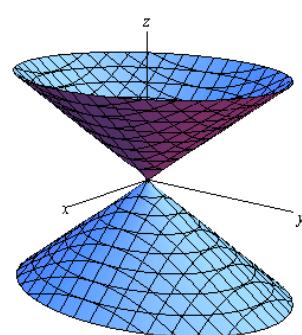


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$$

משוואה :

תיאור : החתך במישור xy הוא נקודה (הראשית);
החתכים במישורים מקבילים למישור xy הם אליפסות.
החתכים במישור zx ו- zy הם זוג ישרים הנחתכים
בראשית; החתכים במישורים מקבילים למישורים אלו
הם היפרבולות.
* מרכז החגורות הוא על הציר המתאים למשתנה המופיע
לבד באחד האגפים.

חרוט אליפטי

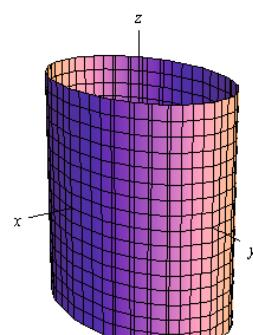


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

משוואה :

תיאור : החתך במישור xy הוא אליפסה; כך הם החתכים
במישורים מקבילים למישור xy . החתכים במישור zx ו-
 zy הם זוג ישרים מקבילים וכך הם החתכים במישורים
מקבילים למישורים אלו. במידה ומשוואת הגליל היא
 $r^2 = x^2 + y^2$, החתכים הניל הם מעגלים.
* מרכז הגליל הוא על הציר המתאים למשתנה שאינו מופיע
במשוואת הגליל.

גליל אליפטי



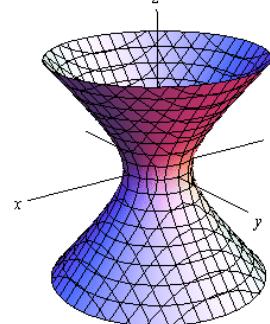
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

משוואה :

תיאור : החתך במישור xy הוא אליפסה ; כך הם החתכים במישורים מקבילים למישור xy . החתכים במישור zx ו- zy הם היפרבולות ; כך גם החתכים במישורים מקבילים למישוריים אלו.

* מרכז היפרבולואיד חד-יריעתי הוא על הציר המתאים לשטנה שלפניו המינוס.

היפרבולואיד חד-יריעתי



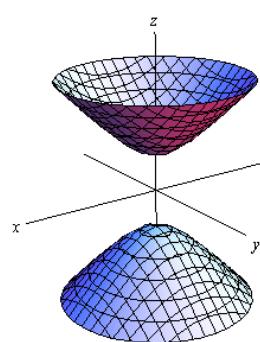
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

משוואה :

תיאור : למשטח זה אין חתך במישור xy ; החתכים במישורים מקבילים למישור xy , החותכים את המשטח, הם אליפסות. החתכים במישור zx ו- zy הם היפרבולות ; כך גם החתכים במישורים מקבילים למישוריים אלו.

* מרכז היפרבולואיד דו-יריעתי הוא על הציר המתאים לשטנה שלפניו המינוס.

היפרבולואיד דו-יריעתי



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$$

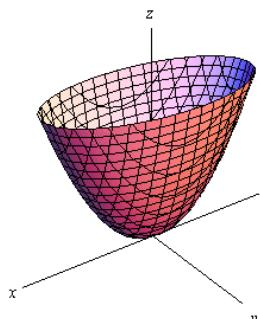
משוואה :

תיאור : החתך במישור xy הוא נקודה (הראשית) ; החתכים במישורים מקבילים למישור xy ונמצאים מעליו הם אליפסות. החתכים במישור zx ו- zy הם פרבולות ; כך הם גם החתכים במישורים מקבילים למישוריים אלו.

* מרכז הפרבולואיד האליפטי הוא על הציר המתאים לשטנה המופיע ללא ריבוע.

* אם $c > 0$ הפרבולואיד נפתח כלפי מעלה ואם $c < 0$ הפרבולואיד נפתח כלפי מטה.

פרבולואיד אליפטי



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$$

תיאור: החתך במישור xy הוא זוג ישרים נחתכים

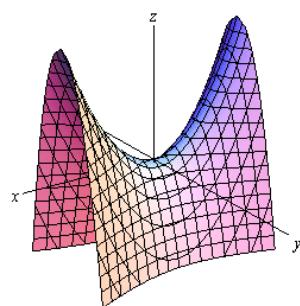
בראשית; החתכים במישורים מקבילים למישור xy הם היפרבולות; אלו שמעל למישור xy נפתחות בכיוון ציר $-y$ ואלו שמתחת למישור xy נפתחות בכיוון ציר $-x$.

החתכים במישור zx ו- zy הם פרבולות; כך גם גם החתכים במישורים מקבילים למישורים אלו.

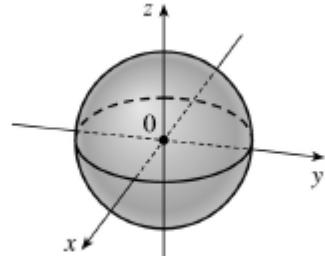
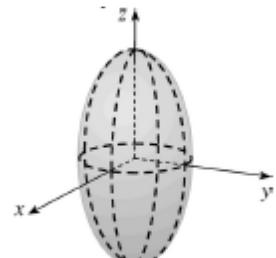
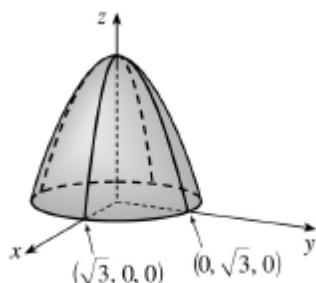
* מרכזו הפרבולואיד האליפטי הוא על הציר המתאים לשנתנה המופיע ללא ריבוע.

* אם $c > 0$ הפרבולואיד נפתח כלפי מעלה ואם $c < 0$ הפרבולואיד נפתח כלפי מטה.

פרבולואיד היפרבולי



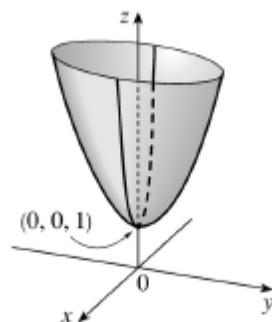
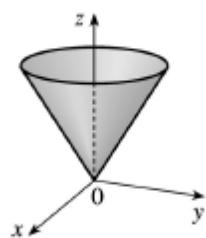
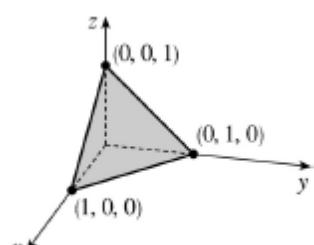
דוגמאות שונות



$$z = 3 - x^2 - y^2$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$



$$x + y + z = 1$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z = 4x^2 + y^2 + 1$$